CAPES DE MATHEMATIQUES

EPREUVE SUR DOSSIER

DOSSIER N° 41

Question :

Présenter un choix d'exercices sur le thème suivant :

Exemples d'emploi des nombres complexes *pour la recherche de lieux géométriques* définis dans le plan par des conditions de distances et d'angles.

Consignes pour l'épreuve : (cf. BO n° spécial 5 du 21/10/1993)

Pendant votre préparation (deux heures), vous devez rédiger **sur les fiches mises à votre disposition,** un résumé des commentaires que vous développerez dans votre exposé et **les énoncés** de vos exercices. La qualité de ces fiches interviendra dans l'appréciation de votre épreuve. Le terme « exercice » est à prendre au sens large ; il peut s'agir d'applications directes du cours, d'exemples ou contre-exemples venant éclairer une méthode, de situations plus globales ou plus complexes utilisant éventuellement des notions prises dans d'autres disciplines.

Vous expliquerez dans votre exposé (25 minutes maximum) la façon dont vous avez compris le sujet et les objectifs recherchés dans les exercices présentés : acquisition de connaissances, de méthodes, de techniques, évaluation. Vous analyserez la pertinence des différents outils mis en jeu.

Cet exposé est suivi d'un entretien (20 minutes minimum).

Annexes :

Vous trouverez page suivante, en annexe, quelques références aux programmes ainsi qu'une documentation conseillée.
Ces indications ne sont ni exhaustives, ni impératives ; en particulier, les références aux programmes ne constituent pas le plan de l'exposé.

ANNEXE AU DOSSIER N° 41

Référence aux programmes :

Extraits du programme de Terminale S :		
Dans le prolongement du repérage polaire introduit en première, les nombres complexes, outre leur intérêt historique, algébrique et interdisciplinaire pour la poursuite des études, fournissent un outil efficace dans les problèmes faisant intervenir les transformations planes. (...). On privilégiera les problèmes dont les procédés de résolution peuvent avoir valeur de méthode et on entraînera les élèves à choisir l'outil de résolution le plus pertinent parmi ceux dont ils disposent (propriétés des configurations, calcul vectoriel, calcul barycentrique, transformations, nombres complexes, géométrie analytique).		
Nombres complexes Le plan complexe : affixe d'un point ; parties réelle et imaginaire d'un nombre complexe. Conjugué d'un nombre complexe. Somme, produit, quotient de nombres complexes. Module et argument d'un nombre complexe ; module et argument d'un produit, d'un quotient. Ecriture $e^{i\theta}=\cos\theta + i \sin\theta$.	Le vocabulaire sera introduit à partir de considérations géométriques. On retrouvera à cette occasion la notion de coordonnées polaires et celle, sous-jacente, d'équation paramétrique d'un cercle (sous la forme $z = z_\omega + re^{i\theta}$ ou $x = x_\omega + r\cos\theta$, $y = y_\omega + r\sin\theta$). La notation exponentielle sera introduite après avoir montré que la fonction $\theta \mapsto \cos\theta + i\sin\theta$ vérifie l'équation fonctionnelle caractéristique des fonctions exponentielles.	La vision des nombres complexes est d'abord géométrique : calculs sur des points du plan. Les repérages cartésien et polaire introduits en première conduisent naturellement à deux écritures d'un nombre complexe. L'objectif est ensuite de montrer la puissance de ce calcul dans les problèmes de géométrie. (...)
Interprétation géométrique de $z \mapsto z'$ avec $z'=z+b$ ou $z'-w=k(z-w)$ avec k réel non nul, ou $z'-w= e^{i\theta}(z-w)$.	On utilisera les nombres complexes pour (...) résoudre des problèmes faisant intervenir des translations, des rotations, des homothéties.	On exploitera à la fois les possibilités offertes par les nombres complexes et les raisonnements géométriques directs qui réactivent les connaissances antérieures notamment sur les transformations du plan.

Extraits du programme de Terminale S, enseignement de spécialité :		
Similitudes planes Définition géométrique. Cas des isométries. Caractérisation complexe : Toute similitude a une écriture complexe de la forme $z \mapsto az+b$ ou $z \mapsto a\bar{z} +b$ (a non nul).	Les similitudes seront introduites comme transformations du plan conservant les rapports de distances. (...) Applications géométriques des similitudes à (...) la recherche de lieux (...).	La définition générale sera illustrée d'une part avec les transformations étudiées antérieurement, d'autre part avec les transformations d'écriture complexe $z \mapsto az+b$ ou $z \mapsto a\bar{z} +b$; ces dernières seront amenées progressivement à travers des exemples. La caractérisation complexe est un moyen efficace d'établir la plupart des propriétés.

Documentation conseillée :

Manuels de Terminale S. Documents d'accompagnement.